U. E. “Nuestra Señora de Lourdes”

Área de Formación**: Matemática 3er Año** sección “A” y “B”

Horario de atención: lunes a viernes de 7:00 am a 2:00 pm

UNIDAD DE APRENDIZAJE 1: ***INECUACIONES.***

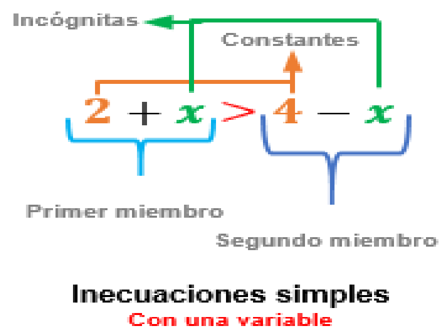
Una inecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas de una o varias incógnitas, que solo se verifica para ciertos valores de esas incógnitas, se expresa con los signos <, >, ≤ y ≥.

Cuando tenemos dos o más inecuaciones decimos que forman un sistema.

Inecuaciones simples

Una inecuación simple o de primer grado con una variable puede ser escrita de las siguientes formas:

- $ax < b$
- $ax > b$
- $ax \leq b$
- $ax \geq b$



Con a y b constantes y con $a \neq 0$; $b \neq 0$; x = incógnita.

Propiedades.

Criterios de equivalencia

- Si a los dos miembros de una inecuación se les suma o se les resta un mismo número, la inecuación resultante es equivalente a la dada.
- Si a los dos miembros de una inecuación se les multiplica o divide por un mismo número positivo, la inecuación resultante es equivalente a la dada.

Profesora: Rosanny Higuerey

- Si a los dos miembros de una inecuación se les multiplica o divide por un mismo número negativo, la inecuación resultante cambia de sentido y es equivalente a la dada.

Resolución de inecuaciones

La solución de una inecuación es el conjunto de valores de la variable que verifica la inecuación. Podemos expresar la solución de la inecuación mediante:

1. Una representación gráfica.
2. Un intervalo.

Ejemplo:

- Resolver $2x - 3 > x + 5$

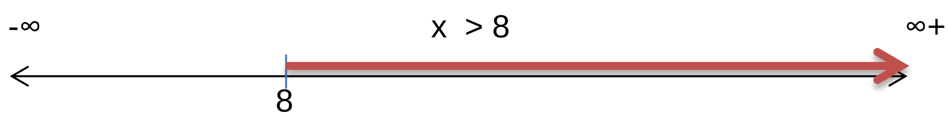
Pasando x al primer miembro

$$2x - 3 - x > 5$$

Pasando ahora el 3 al segundo miembro

$$2x - x > 5 + 3$$

Reduciendo, tenemos



Solución en forma de intervalo $(8, \infty)$

La desigualdad solamente se **verifica para los valores de x mayores a 8**.

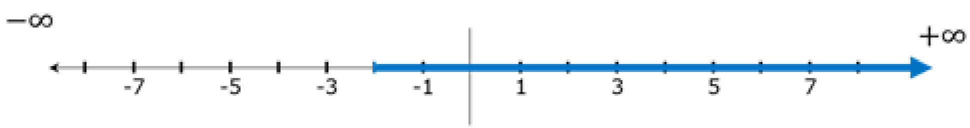
- Resolver $2 + 3x < 4x + 4$

$$2 + 3x - 4x < 4$$

$$3x - 4x < 4 - 2$$

$$-x < 2$$

x > -2



Solución en forma de intervalo (-2 ∞)

La desigualdad solamente se **verifica para los valores de x mayores a -2**.

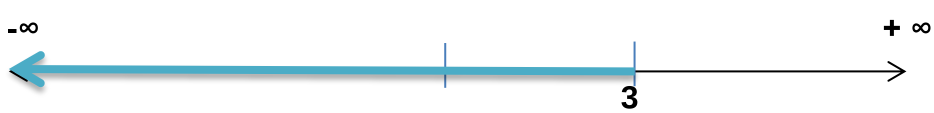
- $\frac{5x-3}{4}+2(x+1)<\frac{8x+9}{3}$

$$\frac{5x-3}{4}+2(x+1)<\frac{8x+9}{3}\Rightarrow\frac{5x-3}{4}+2x+2<\frac{8x+9}{3}$$

$$\frac{5x}{4}-\frac{3}{4}+2x+2<\frac{8x}{3}+3\Rightarrow$$

$$15x-9+24x+24-32x-36<0$$

$$7x-21<0\Rightarrow x-3<0$$



Solución en forma de intervalo $(-\infty,3)$

Inecuaciones con valor absoluto.

Son aquellas inecuaciones cuya variable se encuentra dentro de un valor absoluto. Por definición un valor absoluto es simplemente el valor positivo de ese número, por ejemplo: |-5| = 5

Una inecuación con valor absoluto tiene dos formas de resolverse, ya que tiene dos posibilidades, que la expresión dentro del valor absoluto sea positiva, o sea negativa, ya que sin importar su signo al aplicársele el valor absoluto dará positiva.

Nota: Para que sea una inecuación de valor absoluto, al resolverse por segunda vez, de forma negativa, debe cambiarse el sentido de la desigualdad y solo se coloca negativa la expresión del lado de la inecuación que no contenga X.

$|X| \leq 6$ $\qquad\qquad$ $X \leq 6 \qquad X \geq -6$

Ejemplo: $|X+7| < 2X+3$

Asumiendo que X + 7 → es positivo

X + 7 < 2x +3

X – 2x < 3 – 7

-X < - 4 por (-1)

X > 4

Asumiendo que X +1 →es negativo

-(X + 7) < 2x +3

X + 7 >- 2X -3

X+ 2X > - 3 -7

3X > -10

X > -10 / 3

Solución en forma de intervalo (4, ∞)

Nota: En estos enlaces encontraras videos referentes al tema, también puedes consultar otros videos que considere de provecho.

https://youtu.be/ip7CqvtNTGE

https://youtu.be/UXD3wtRvi0E

Sistemas de dos inecuaciones y dos incógnitas

Un sistema de inecuaciones lineales con una incógnita es el conjunto formado por dos o más inecuaciones lineales de la forma:

$$\begin{cases} 3(2-5x) \geq 18-12x \\ x-2 \leq 2x+10 \end{cases}$$

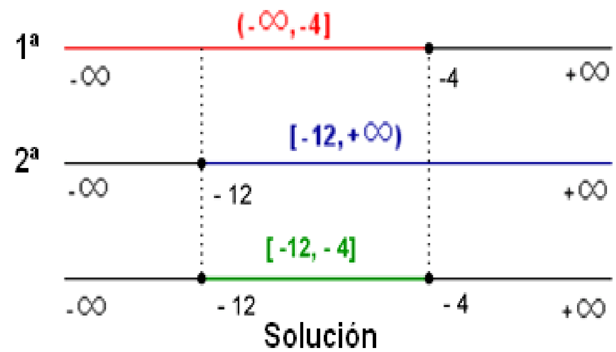
$$3(2-5x) \geq 18-12x \Rightarrow 6-15x \geq 18-12x \Rightarrow -3x \geq 12$$
$$\Rightarrow x \leq -4$$
$$x-2 \leq 2x+10 \Rightarrow x-2x \leq 10+2 \Rightarrow -x \leq 12$$
$$\Rightarrow x \geq -12$$

Solución: $[-12, -4]$

Gráfica

Se representan 3 rectas con la misma numeración.

En las dos primeras representamos las soluciones de cada inecuación. En la tercera resulta fácil ver la solución común.



Actividad 1.

1) Resolver cada una de las siguientes inecuaciones.

a) $\sqrt{\frac{3x-2}{4}} > -2$

b) $\sqrt{4x+1} \geq 3$

c) $|3x-3| \leq 6$

d) $\left|\frac{3x+2}{4}\right| > 2$

e) $\frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} \leq 2 + \frac{3x-1}{15}$

f) $\frac{2x+1}{3} + 2 > \frac{x-5}{7}$

2) Resolver los sistemas de inecuaciones.

a) $\begin{cases} \frac{x}{2} + 1 < 4 \\ \frac{3x+1}{2} > 5 \end{cases}$

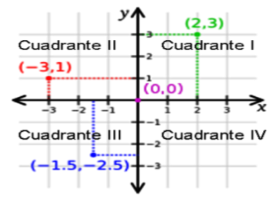
b) $\begin{cases} \frac{x}{2} \leq 1 + \frac{2x-1}{3} \\ \left|2x + \frac{1}{4}\right| < 2 \end{cases}$

Fecha de entrega: Lunes 27/ 04/ 2020 Valor: 4 puntos

Actividad 1.1

1) Investigar inecuaciones cuadráticas, de mínimo dos ejemplos.

Fecha de entrega: Lunes 04/ 05/ 2020 Valor: 2 puntos

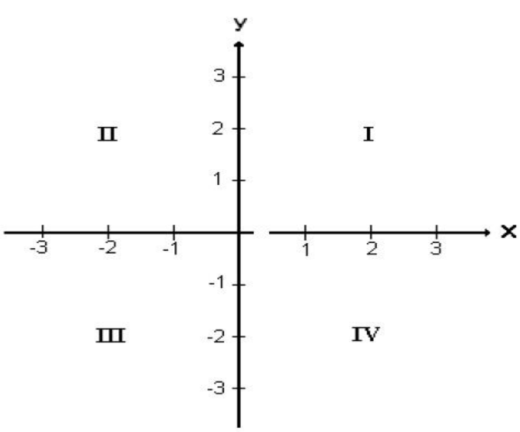


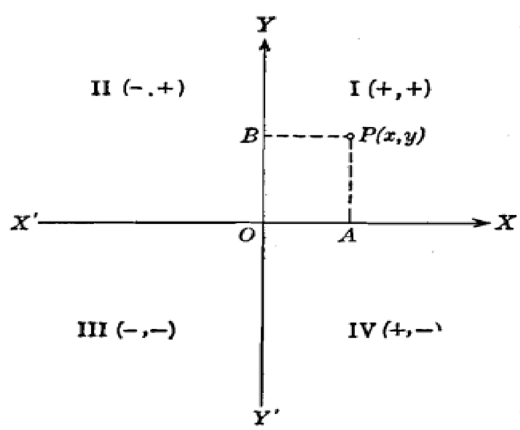
UNIDAD DE APRENDIZAJE 2: ***FUNCIONES REALES.***

Sistema de coordenadas rectangulares.

El Sistema de Coordenadas Cartesianas o Sistema de Ejes Cartesianos es una configuración geométrica formada por dos rectas perpendiculares entre sí que se cortan en el punto 0, dividiendo el plano cartesiano en cuatro partes llamadas cuadrantes.

Al eje horizontal (**x**) se le conoce como Eje de las Abscisas, mientras que al eje vertical (**y**) se le denomina Eje de las Ordenadas. Es común también referirse a esos ejes como "Eje de las **x**" y "Eje de las **y**". Al punto 0 se le llama origen del Sistema de Coordenadas. Las puntas de las flechas indican las direcciones de incremento sobre los ejes "x" y "y". Es decir, "**x**" aumenta de valor hacia la derecha, mientras "**y**" aumenta de valor hacia arriba. Al plano, formado por Eje de Abscisas y ordenadas se le conoce como Plano Real, ya que contiene todos los elementos del conjunto R de los números reales.
El eje de las abscisas en el Sistema de Coordenadas Cartesianas es semejante a la Recta Real. A la derecha del origen se representan los números positivos mientras que a la izquierda del origen se representan los números negativos. De manera similar, los puntos que están por arriba del origen sobre el eje de las ordenadas representan los números positivos, mientras que los puntos que están por debajo del origen sobre el eje de las ordenadas representan los números negativos.





Profesora: Rosanny Higuerey

Coordenadas de un punto

Si imaginamos un punto P situado en el Plano definido por el Sistema de Coordenadas, podemos decir:

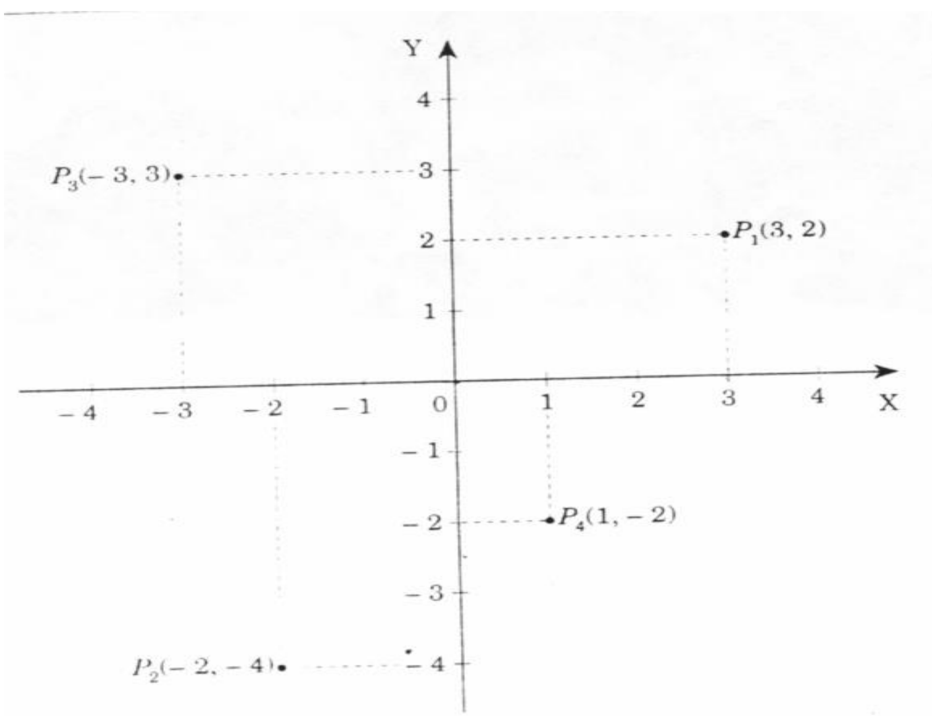
- A cada punto P del Plano Real, le corresponde un par ordenado.
- Dado un par ordenado (a, b) en el plano real, existe sólo un punto con esas coordenadas.

Al punto P se le puede representar simbólicamente como P(x, y), donde "x" y "y" son las abscisas y la ordenada de P.

P (3, 4) Abscisa = 3   Ordenada = 4

P (-2, 5) Abscisa = -2   Ordenada = 5

Ejemplo:
Determina la ubicación en el Plano Cartesiano de los siguientes puntos:
P1 (3, 2)   P2 (-2, -4)   P3 (-3, 3)   P4 (1, -2)



Distancia entre dos puntos

Si se conocen las coordenadas de dos puntos P(x1, y1) y Q(x2, y2) en un plano real entonces es posible hallar la distancia entre ellos.
La fórmula para hallar la distancia entre dos puntos cualquier viene dada por:

$$\overline{PQ} = \sqrt{(x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2}$$

Ejemplo:

Dados los puntos A (4,2); B (-3,3). Calcular la distancia entre A y B. en este caso el punto A (x1, y1) y B(x2, y2).

$$\overline{AB} = \sqrt{(-3-4)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{(-7)^2 + (1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$$

FUNCIÓN AFÍN.

Es una función cuya gráfica es una línea recta.

Esta función se puede escribir de la siguiente forma: f(x) = mx + b o

Y= mx+ b

m y b son números reales

m se llama pendiente

b es el punto de corte con el eje de las ordenadas.

Ejemplo:

Representar gráficamente la función $y = 2x + 3$

Le damos valores a la función

$$y = 2x + 3$$

$$y = 2 \cdot 0 + 3 = 3$$

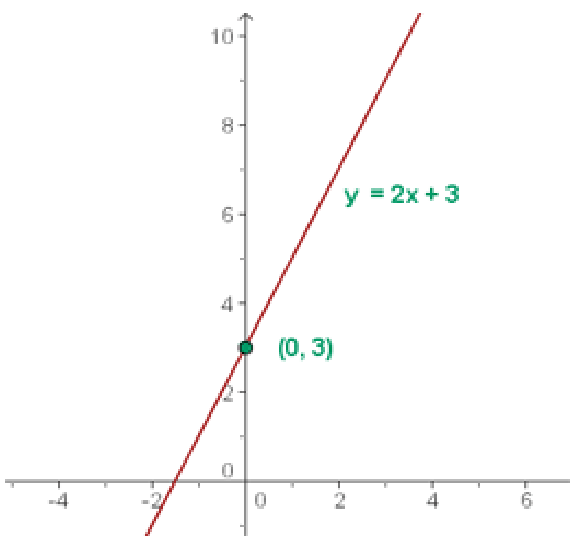
$$y = 2 \cdot 1 + 3 = 5$$

$$y = 2 \cdot 2 + 3 = 7$$

$$y = 2 \cdot 3 + 3 = 9$$

$$y = 2 \cdot 4 + 3 = 11$$

X	Y
0	3
1	5
2	7
3	9
4	11



Ecuación general de la recta.

Ax + By + C = 0

A = es el coeficiente de x

B = es el coeficiente de B

C = es el termino independiente.

A y B no puden valer cero simultáneamente.

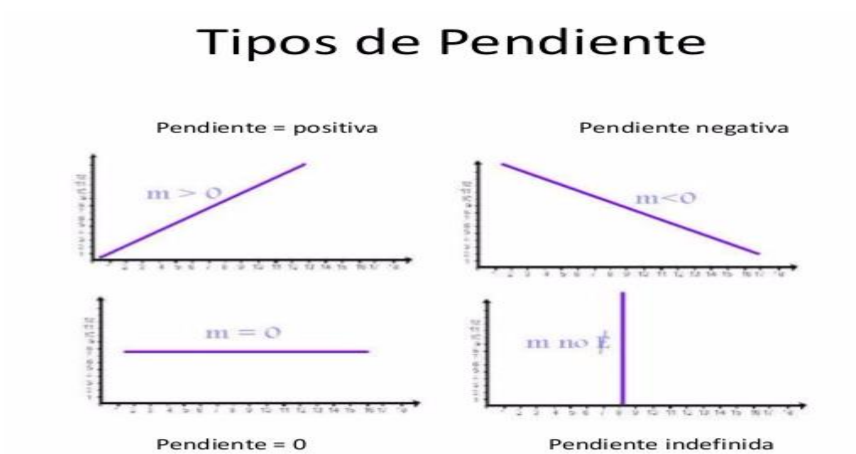
Pendiente de una recta.

La pendiente de una recta es la tangente del ángulo que forma la recta con la dirección positiva del eje de abscisas. Sean P1 (x1; y1) y P2 (x2; y2), dos puntos de una recta, no paralela al eje Y; la pendiente:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Es la tangente del ángulo que forma la recta con el semieje X positivo.

Si la pendiente (m) es mayor que 0 se dice que la pendiente es positiva, si la pendiente es menor que 0 se dice que la pendiente es negativa, si la pendiente es igual a 0 la recta es paralela al eje (x) del plano cartesiano, y si la pendiente es indefinida la recta es paralela al eje (y) del plano cartesiano.



<u>Ejemplo</u>:

Hallar la pendiente de la recta que pasa por los puntos A (2, 1), B (4, 7) es:

$$M = \frac{7-1}{4-2} = \frac{6}{2} = 3$$

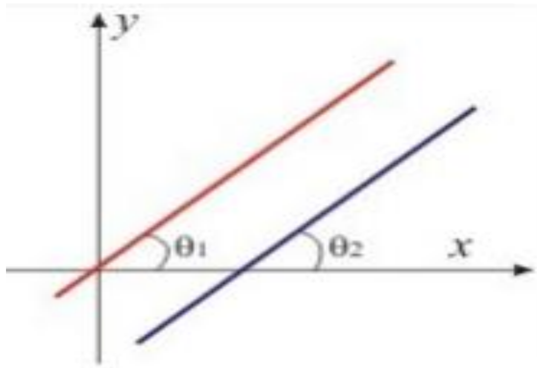
Calcula la pendiente de las rectas determinadas por los puntos dados.

P1 (1; 3), P2 (6; 7) Resolución Calculemos la pendiente

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad m = \frac{7-3}{6-1} = \frac{4}{5}$$

Rectas paralelas

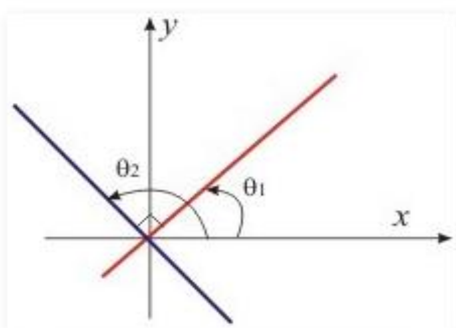
Dos rectas son paralelas cuando por mucho que se prolonguen, nunca se cruzar o se encuentran.



El ángulo entre ellas es 0° o 180°.
Las pendientes de dos rectas paralelas son iguales: m1 = m2.

Rectas perpendiculares

Dos rectas son perpendiculares (forman entre ellas un ángulo de 90°) si la pendiente de una es la recíproca de la otra con signo opuesto.



$$m1 = -\frac{1}{m2}$$

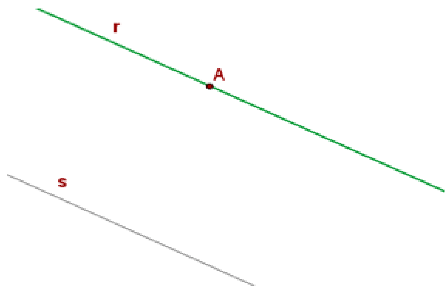
Ejercicio. Determinar la ecuación general de la recta $Y = \frac{4.(x-2)}{3}$

El 3 que está dividiendo pasa a multiplicar y se aplica la distibutiva con el 4

3Y = 4x – 8 se acomoda la ecuación de la forma : AX + By + C = 0

4x + 3Y + 8 = 0

2) Hallar la ecuación de la recta r, que pasa por A(1,5), y es paralela a la recta $2x + y + 2=0$. $2x + y + 2=0$



Si las rectas son paralelas las pendientes son iguales.

$Y = -2x -2$ $mr = ms = -2$

$Y-y_0 = m.(X - x_0)$

$Y - 5 = -2.(X-1)$ $Y - 5 = -2X +2$

$Y - 5 + 2X - 2 = 0$ **$2X + Y - 7 = 0$**

3) Escribir la ecuación de la recta que pasa por los puntos A (5,-2) y B (2,4).

Sabemos que con dos puntos es suficiente para calcular la ecuación de la recta. En primer lugar procedemos a calcular la pendiente.

Llamamos al punto B ($x_2=2$, $y_2=4$) y al punto A ($x_1=5$, $y_1=-2$)

$M= (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1) = 4-(-2) /2-5 = 6/-3= -2$

Ya tenemos la pendiente **$m= -2$**

Ahora sólo necesitamos un punto, por ejemplo, el A ($x_0=5$, $y_0=-2$) y lo sustituimos en la siguiente ecuación junto a la pendiente.

$(y-y_0)= m. (x-x_0)$

$(y-(-2))= -2. (x-5)$

Y despejamos,

$y= -2x+10-2= -2x+8$

La ecuación de la recta es **$y = -2x + 8$**

Actividad 2.

1) Haga la representación gráfica de las siguientes función para los valores de X = 0, 1, 2, -1, -2

a) Y = -5x + 2 b) Y = 4x – 5

2) Dados los puntos A(9, 3) ; B(-2, -6) ; C(10, -7) ; D(0, -3) ; E(-8, -14) ; F(5, 2). Hallar la distancia entre los puntos:

a) $\overline{AB}$ =

b) $\overline{CD}$ =

c) $\overline{EF}$ =

3) Hallar la pendiente de la recta que pasa por los puntos:

A (5, -3) y B (-2, 8)

C (1, 0) y D (-10, 7)

E (-9, -3) y F (4, -4)

4) Determine la ecuación general de cada una de las siguientes rectas.

d) Y = -4x +2

e) Y = $\frac{3X-1}{5} + 2$

5) Escribir la ecuación paralela a la recta y =-2x+8 y pasa por el punto (-5,1).

Fecha de entrega: Lunes 11/ 05/ 2020 Valor: 3 puntos

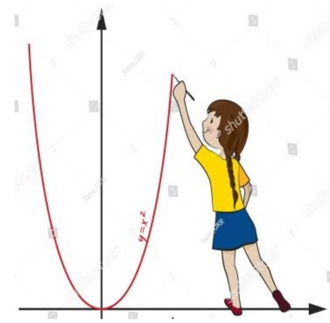
En los siguientes enlaces encontraras videos referentes al tema.

https://youtu.be/m_qP7huMptU , https://youtu.be/taTdihhUsUg ,

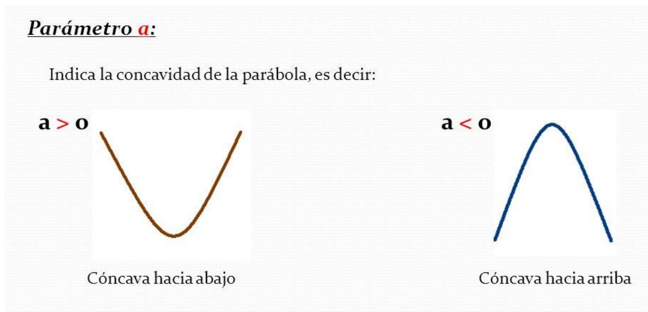
Profesora: Rosanny Higuerey

UNIDAD DE APRENDIZAJE 3: *FUNCIÓN CUADRÁTICA.*

La representación gráfica de una función cuadrática o de segundo grado, es una parábola y está definida por la siguiente ecuación:



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$



Representación gráfica de la parábola

Para construir la gráfica de una parábola se requiere conocer los siguientes elementos:

Vértice

Por el vértice pasa el eje de simetría de la parábola, es decir, cuando el coeficiente del término X^2 es positivo el vértice será el punto más bajo de la gráfica y las fórmulas para encontrarlo son las siguientes:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \qquad y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right) \qquad V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

Así mismo, la ecuación del eje de simetría es:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

Puntos de corte con el eje X

Para encontrar el valor de X cuando f(x) = 0, la segunda coordenada debe igualarse a cero, por lo que tendremos que resolver la siguiente igualdad:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Al resolver la ecuación anterior los resultados pueden ser:

1. Dos puntos de corte: $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$esto sucede si $b^2 - 4ac > 0$
2. Un punto de corte: $(x_1, 0)$esto sucede si $b^2 - 4ac = 0$
3. Ningún punto de corte si $b^2 - 4ac < 0$

Punto de corte con el eje Y

Para encontrar la intersección con el eje Y la primera coordenada debe igualarse a cero, X = 0, por lo que tendremos:

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c \quad \Rightarrow \quad (0, c)$$

Ejemplo

Para representar la función $f(x) = x^2 - 4x + 3$ es necesario encontrar los siguientes elementos que componen la parábola:

Vértice

Aplicamos las fórmulas para encontrar las coordenadas del vértice que son:

$$V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

$$x_v = -\frac{-4}{2} = 2 \qquad y_v = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$$

Entonces las coordenadas del vértice son: V (2,-1)

Puntos de corte con el eje X

Para encontrar el punto o los puntos de corte con el eje X, igualamos la función con 0.

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

Para resolver la ecuación, utilizamos la fórmula general para ecuaciones de segundo grado:

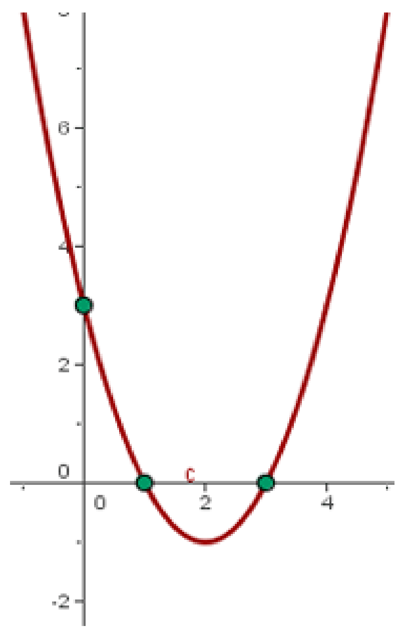
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \end{array}$$

En este caso hemos encontrado dos puntos de corte los cuales son: (3, 0) y (1, 0).

Punto de corte con el eje Y

Para encontrar el punto de corte con **Y** basta con conocer el valor de la constante **C** que en este caso es 3 y las coordenadas son: (0, 3).



Dominio y rango

El **dominio** de una **función cuadrática** f (x) es el conjunto de los valores de x para los cuales la **función** está definida, y el **rango** es el conjunto de todos los valores de salida (valores de f). Gráficamente el rango de una función cuadrática está comprendido desde la ordenada del vértice hacia donde abre la parábola.

Ejemplo:

Haga el estudio de la siguiente función $y = 2x^2 + x - 1$

Como a >0 la parábola abre hacia arriba

Vértice = $vx = -\frac{b}{2.a} = -\frac{1}{2\times 2} = -\frac{1}{4}$

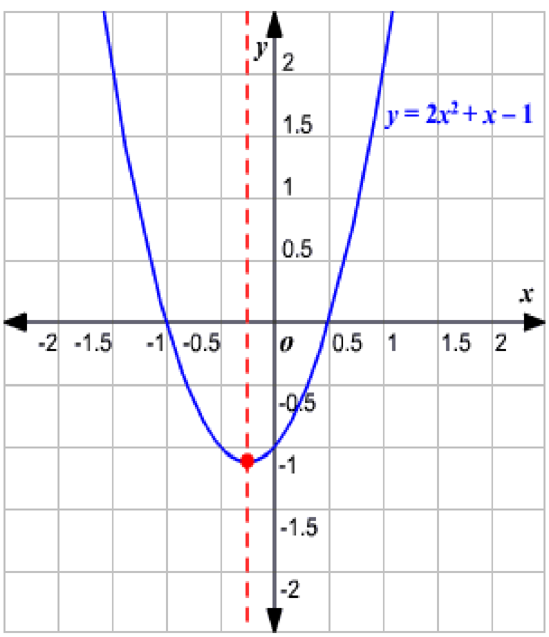
$$vy = 2.(-\frac{1}{4})^2 + \left(-\frac{1}{4}\right) - 1 \quad = 2.\left(\frac{1}{16}\right) - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{9}{8} = -1{,}125$$

El eje de simetría es igual a: $x = -\frac{1}{4}.$

Puntos de corte con el eje X

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^{2-4(2).(-1).}}}{2.2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{4}$$

$$= \frac{-1 \pm 3}{4} \quad x1 = \frac{-1+3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad x2 = \frac{-1-3}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$



Dominio de F= R(los números reales)

Rango= [-1.125, **+ ∞)**

En el siguiente enlace conseguirás material de apoyo referente al tema

https://youtu.be/UX46_ek8p1Q

Profesora: Rosanny Higuerey

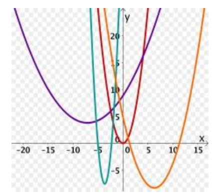
Actividad 3.

1) Calcular el vértice de la siguiente función cuadrática $F(x) = -3x^2 + 6x + 5$ y haga la gráfica representativa.

2) Determinar los puntos de cortes y el vértice de las siguientes funciones.

a) $F(x) = 4x^2 + 4x - 8$ recuerde que $F(x) = Y$
b) $F(x) = x^2 + 1$

3) Haga el estudio completo de las siguientes funciones



a) $Y = x^2 + x - 6$
b) $Y = -x^2 + 2x + 8$

Fecha de entrega: lunes 25/05/2020 Valor: 4 puntos

Debe hacer un video explicando el ejercicio 3 b) Valor: 2 puntos

Actividad 4.

Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado para hallar los valores de las raíces X1 y X2. (Aplique la fórmula)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

a) $X^2 - 5X + 6 = 0$

b) $X^2 + X - 20 = 0$

c) $6X^2 + 5X - 4 = 0$

d) $2X^2 - 7X + 3 = 0$

Fecha de entrega: viernes 29/05/2020 Valor: 3 puntos

Nota: Rasgos personales más responsabilidad y puntualidad 2 puntos

Profesora: Rosanny Higuerey